# **MATEMATISK ANALYSE** AF VARIGHED OG KONVEKSITET FOR FASTRENTESWAP MED FOKUS PÅ INSTRUMENTETS ASYMMETRISKE MARKEDSVÆRDIFUNKTION

SEGES
Økonomi & Virksomhedsledelse

**MATEMATISK ANALYSE**
AF VARIGHED OG KONVEKSITET
er udgivet af

SEGES P/S
SEGES Økonomi & Virksomhedsledelse
Agro Food Park 15
DK 8200 Aarhus N

Forfattere: Laura Eiset Halgreen, SEGES
Rolf Poulsen, Københavns Universitet
Kenneth Kjeldgaard, SEGES Finans & Formue

Juni 2016

Denne publikation er finansieret af Promilleafgiftfonden og produceret i projekt Anvendelse af finansielle instrumenter i primærproduktionen

# Indhold

**1 Indledning** **1**
1.1 Payer swap . . . . . 1
1.2 Følsomhedsmål for en payer swap . . . . . 2

**2 Matematisk undersøgelse af varighed og konveksitet for annuitetslån** **2**
2.1 Undersøgelse af konveksitet for annuitet med flad rentestruktur . . . . . 4
2.2 Visuel fremstilling, annuitetslån . . . . . 5
2.3 Renteudvikling for annuitetslån med en ikke-flad rentestruktur . . . . . 6

**3 Undersøgelse af varighed og konveksitet for stående lån** **7**
3.1 Renteudvikling for stående lån med en ikke-flad rentestruktur . . . . . 9

**4 Den asymmetriske markedsvædifunktion for renteswaps** **10**

**5 Konklusion** **13**

**Litteratur** **14**

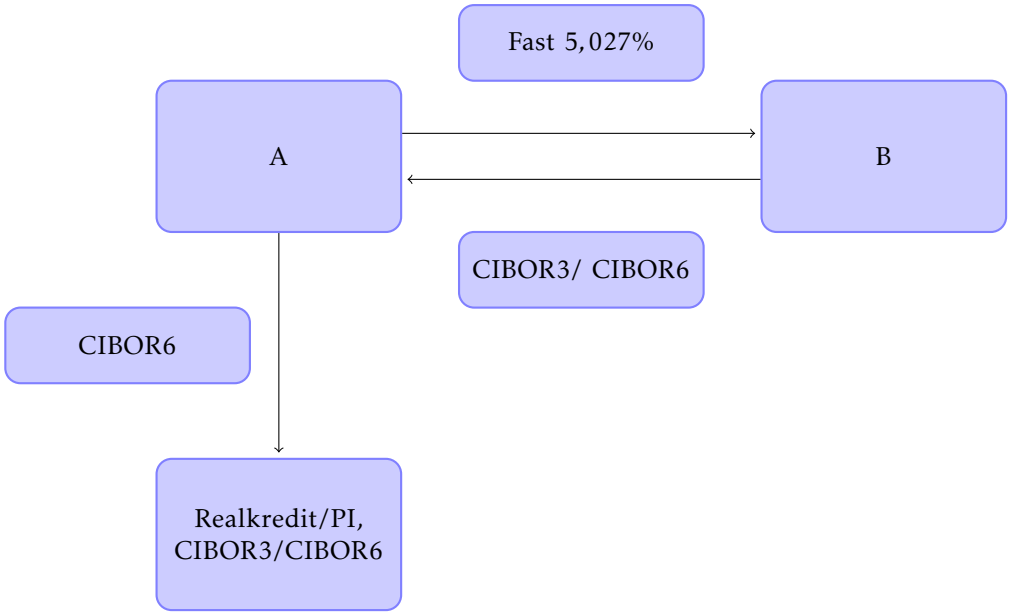
# 1 Indledning

Formålet med dette notat er matematisk at analysere varighed og konveksitet med hensyn til løbetiden på fastrenteswap, hvor køber forpligter sig til at betale fast rente imod at modtage en variabel rente. Denne fastrenteswapvariant betegnes også som en payer swap.

Inden vi kaster os over formler og matematiske operationer, vil vi kort introducere, hvorfor analysen er interessant. Analysen er interessant, da vi ved, at payer swaps har en asymmetrisk markedsværdifuntion (læs mere herom i kapitel 4), idet markedsværdien falder mere ved rentefald, end den stiger ved rentestigninger. Spørgsmålet er blot, om følsomheden og dermed asymmetrien stiger i takt med løbetiden. Det vil vi søge at finde ud af for såvel annuitetlån (med afdragsprofil) og stående lån (uden afdrag).

## 1.1 Payer swap

Hovedfokus for følsomhedsanalysen vil være en payer swap, som primært bruges til at foretage renteafdækning af et underliggende variabelt forrentet lån. Figur 1 viser et eksempel på renteafdækning med en payer swap.




**Figur 1:** Omlægning af betalingsstrømme/ lån fra variabel til fast rente vha. payer swap

Payerswappen er kendetegnet ved, at indehaver af renteswappen, $A$, forpligtiger sig til at betale en fast rente imod at modtage en variabel rente fra modparten, $B$. Der tales om et betalerben og et modtagerben. Isoleret set svarer en payerswap til at investere i en variabel forrentet obligation imod at låne i en fastforrentet obligation. For at finde følsomheden for kontraktens markedsværdi er det nødvendigt at kende til definitionen af payer-kontrakten.

På et vilkårligt betalingstidspunkt $t$, efter indgåelse kan en payerkontrakt defineres som

$$\mathrm{MV}_{\text{Fastrenteswap,payer}} = \sum_{t}^{T} \mathrm{NV}(\text{variable betalinger})_A - \sum_{t}^{T} \mathrm{NV}(\text{faste betalinger})_B, \tag{1.1}$$

hvor markedsværdien findes ved at summere de tilbagediskonterede løbende betalinger på hvert af benene.

### 1.2 Følsomhedsmål for en payer swap

Ved hjælp af Taylor-approksimation kan det vises, at vi får følgende udtryk for markedsværdiændringen på en payer-swap (Kjeldgaard, 2013).

$$MV(i+\Delta i) = MV'(i)\cdot\Delta i + \frac{1}{2}MV''(i)\cdot(\Delta i)^2, \tag{1.2}$$

hvor $i$ betegner effektiv rente, $\Delta i$ ændringen i renten og $MV$ markedsværdien.

Udtrykket i (1.2) er dog ikke meget anvendeligt i praksis uden en definition af de enkelte led.

Idet ovenstående ligning er af universel karakter[1], findes indenfor finansieringen nøgletal til at estimere udtrykkene $MV'$ og $MV''$ i form af varighed og konveksitet, som er to af de mest anvendte nøgletal til brug for at vurdere renteføsomheden på obligationer. Varighed og konveksitet på payerswapkontrakten findes ved at beregne nøgletallene hver for sig på hvert af benene for derefter at fratrække varighed og konveksitet på det variable ben med det faste bens varighed og konveksitet [2].

Umiddelbart er det ikke muligt at beregne varigheden af det variable ben, da vi ikke kender de fremtidige betalinger med sikkerhed. Det kan udledes, at varigheden er identisk med rentefastsættelsesperioden på det variable ben, og varigheden går imod nul i takt med, at vi bevæger os imod næste rentefastsættelsesperiode (Kjeldgaard, 2013).

Det betyder, at følsomheden skal findes på swappens faste ben, som vi før har defineret som værende et fastforrentet obligationslån. Derfor vil vi også direkte kunne benytte obligationsnøgletallene i form af varighed og konveksitet til analyse af følsomheden på payer swap.

## 2 Matematisk undersøgelse af varighed og konveksitet for annuitetslån

Vi vil undersøge, om varigheden for annuitet er voksende i løbetid. Dette gøres ved at differentiere varigheden med hensyn til løbetiden. Hvis denne differentialkoefficient er større end nul, kan det konkluderes, at varigheden er voksende i løbetid.

Macaulay-varighed for annuitet er givet ved

$$D^{ANN} = \frac{\sum_{t=1}^{T} yt(1+r)^{-t}}{\sum_{t=1}^{T} y(1+r)^{-t}}, \qquad r \sim \textit{effektiv rente}, \tag{2.1}$$

hvor $y$ er ydelsen, $T$ er løbetiden og $t$ er tiden. Renten $r$ kan være negativ.

For simplificering, sæt nu $d = (1+r)^{-1}$, da fås

$$D^{ANN} = \frac{\sum_{t=1}^{T} ytd^t}{\sum_{t=1}^{T} yd^t}. \tag{2.2}$$

Vi vil først regne på tælleren og så på nævneren. For at regne videre på nævneren bruges nu information om den geometriske sum, $\sum_{k=1}^{b} r^k = \frac{r-r^{b+1}}{1-r}$,

$$\textit{Nævner} = y\sum_{t=1}^{T} d^t = y\frac{d-d^{T+1}}{1-d} \tag{2.3}$$

$$= yd\frac{1-d^t}{1-d}. \tag{2.4}$$

[1] Dog afhænger Taylor-formlens længde og fortegn af funktionens udseende.

[2] For yderligere information omkring varighed på swaps henvises til Fabozzi (1999).

For at regne på tælleren bruges, at $\sum_{k=1}^{n} kq^k = q\frac{1-(n+1)q^n+nq^{n+1}}{(1-q)^2}$. Så fås at

$$\textit{Tæller} = yd\frac{1-(T+1)d^T+Td^{T+1}}{(1-d)^2}, \tag{2.5}$$

og dermed at

$$\begin{aligned}
D^{ANN} &= \left(yd\frac{1-d^T}{1-d}\right)^{-1}\cdot yd\frac{1-(T+1)d^T+d^{T+1}}{(1-d)^2}\\
&= \frac{1-d}{yd(1-d^T)}\cdot yd\frac{1-(T+1)d^T+Td^{T+1}}{(1-d)^2}\\
&= \frac{1-(T+1)d^T+TD^{T+1}}{(1-d^T)(1-d)}\\
&= \frac{1-Td^T-d^T+Td^T}{(1-d^T)(1-d)}\\
&= \frac{1-d^T-Td^T(1-d)}{(1-d)(1-d^T)}\\
&= \frac{1-d^T}{(1-d)(1-d^T)}-\frac{Td^T(1-d)}{(1-d)(1-d^T)}\\
&= \frac{1}{1-d}-T\frac{d^T}{1-d^T}\\
&= \frac{1}{1-d}-T\frac{1}{d^{-T}-1}\\
&= \frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}-\frac{T}{(1+r)^T-1}\\
&= \frac{1+r}{r}-\frac{T}{(1+r)^T-1},
\end{aligned}$$

hvor $d = \frac{1}{1+r}$ benyttes til at komme fra 8. til 9. lighed.

Nu kan varigheden differentieres med hensyn til løbetiden $T$.

$$\frac{\partial D^{ANN}}{\partial T} = \frac{-1\left((1+r)^T-1\right)+T\left(\ln(1+r)(1+r)^T\right)}{\left((1+r)^T-1\right)^2} \tag{2.6}$$

$$= \frac{-(1+r)^T+1+T\ln(1+r)(1+r)^T}{\left((1+r)^T-1\right)^2} \tag{2.7}$$

$$= \frac{1+(1+r)^T\left(T\ln(1+r)-1\right)}{\left((1+r)^T-1\right)^2}. \tag{2.8}$$

For at undersøge om varigheden er voksende i løbetid, skal vi vurdere fortegnet af (2.8). Nævneren er opløftet i anden og er dermed altid positiv. Derfor er det nok at undersøge fortegnet af tælleren. Det gøres ved at se på fortegnet af den første og anden afledte af tælleren.

For at simplificere, sæt nu $x = (1+r)^T$, så bliver tælleren en funktion af $x$, $\textit{tæller} = g(x)$, hvorefter vi differentierer med hensyn til $x$. Yderligere, brug nu, at $b\ln(a) = \ln(a^b)$, da fås det, at

$$T\ln(1+r) = \ln\left((1+r)^T\right), \tag{2.9}$$

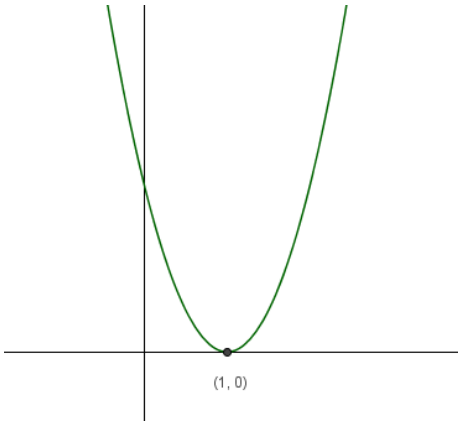
og

$$g(x) = 1 + x(\ln x - 1) = 1 + x\ln x - x. \tag{2.10}$$

$$g'(x) = x\frac{1}{x} + \ln x - 1 = \ln x. \tag{2.11}$$

$$g''(x) = \frac{1}{x}. \tag{2.12}$$

Kan vi vise, at det globale minimum for funktionen er større end nul, så har vi vist, at tælleren er positiv. Derfor undersøges der nu for minimum ved at sætte $g'(x) = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$. Da




**Figur 2:** Skitse af grafen for $g(y)$.

$x = (1+r)^T$ og $r \in (-1,1)$ må det gælde, at $(1+r) > 1 \Rightarrow (1+r)^T > 1$. Så må det betyde, at $g''(x) > 0$, hvilket igen betyder, at det minimum vi har fundet for $x = 1$, er et globalt minimum. Vi ved derfor nu, at $g$ og dermed tælleren i (2.8) er positiv. Det er nu vist, at differentialet i (2.8) er positivt

$$\frac{\partial D^{ANN}}{\partial T} > 0. \tag{2.13}$$

Dermed er det vist, at varighed er voksende i løbetid.

## 2.1 Undersøgelse af konveksitet for annuitet med flad rentestruktur

Vi vil undersøge, om konveksitet for annuitet er voksende i løbetid.

Konveksitet for annuitet er givet ved

$$C^{ANN} = \frac{\sum_{t=1}^{T} y t^2 (1+r)^{-t}}{\sum_{t=1}^{T} y (1+r)^{-t}}, \tag{2.14}$$

hvor $r \in (-1,1)$ er renten, $y$ er ydelsen, $T$ er løbetiden og $t$ er tiden.

Forskellen mellem varighed og konveksitet findes i tælleren, da nævneren i (2.1) og (2.14) er ens. For varighed er tælleren givet ved $\sum_{t=1}^{T} y \cdot t \cdot (1+r)^{-t}$, mens tælleren for konveksitet er givet ved $\sum_{t=1}^{T} y \cdot t^2 \cdot (1+r)^{-t}$.

I afsnit 2 blev det vist, at varigheden er voksende i løbetid. Det vil sige, hvis tælleren i konveksiteten er større end eller lig med tælleren i varigheden, så følger det fra afsnit 2, at konveksitet er voksende i løbetid.

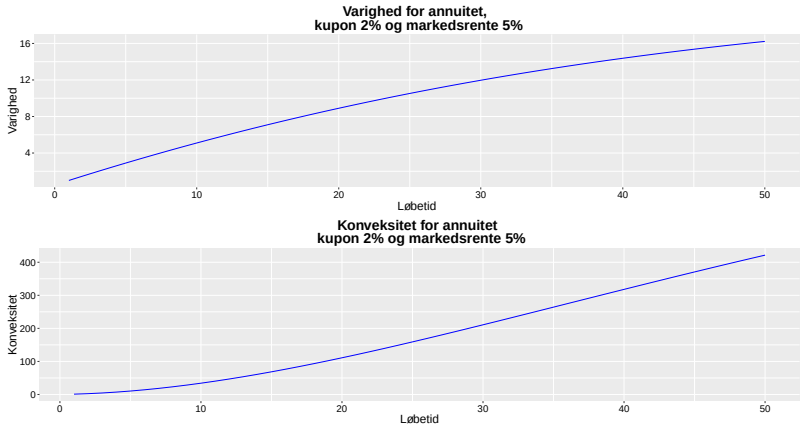
Derfor undersøges uligheden

$$\sum_{t=1}^{T} yt(1+r)^{-t} < \sum_{t=1}^{T} yt^2(1+r)^{-t} \Leftrightarrow \sum_{t=1}^{T} t < \sum_{t=1}^{T} t^2. \tag{2.15}$$

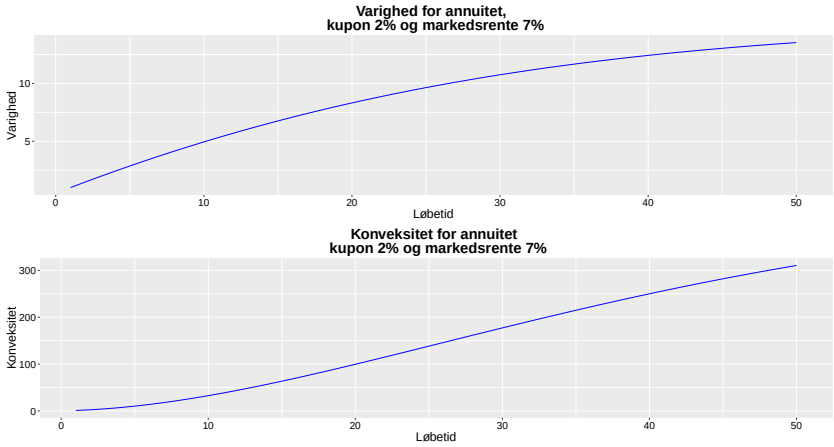
Udtrykket er sandt, fordi $t^2$ er en hurtigere voksende funktion af $t$ end funktionen $t$. Altså er tælleren i konveksiteten en hurtigere voksende funktionen af løbetiden end tælleren i varigheden. Det følger derfor af afsnit 2, at konveksitet for annuitet er voksende i løbetid.

## 2.2 Visuel fremstilling, annuitetslån

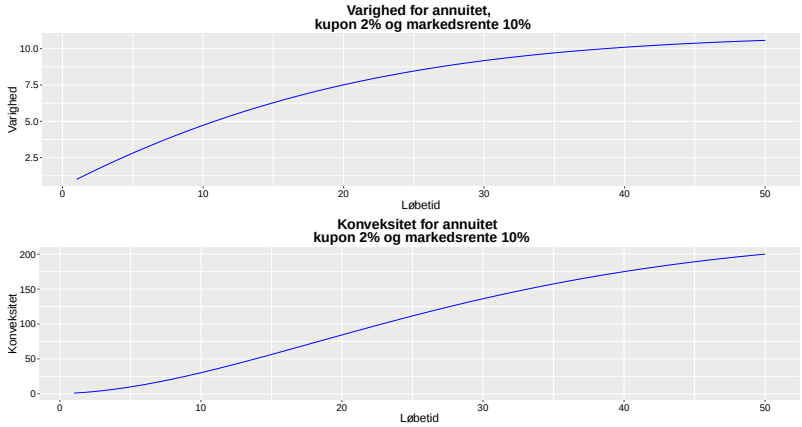
Figur 3-5, viser udviklingen i hhv. varighed og konveksitet for annuitetslån, når løbetiden vokser. Udgangspunktet er en kuponrente (den faste rente på en payer swap) på 2% med tilhørende markedsrenter (med en flad rentestruktur) på hhv. 5%, 7% og 10%. Figurene viser, at varigheden og konveksiteten falder i takt med, at markedsrenten stiger.




**Figur 3:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en kuponrente på 2% og en markedsrente på 5%.

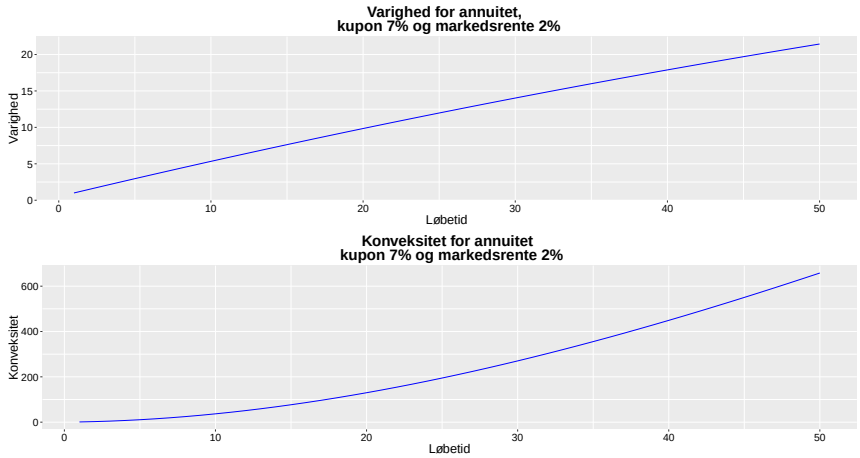



**Figur 4:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en kupon på 2% og en markedsrente på 7%.




**Figur 5:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en kuponrente på 2% og en markedsrente på 10%.

Figur 6 viser udviklingen i hhv. varighed og konveksitet for annuitetslån med en kuponrente på 7% og en markedsrente på 2%. Selv i dette tilfælde, hvor kuponrenten er større end markedsrenten, viser eksemplet, at varighed og konveksitet er voksende i løbetid [3].



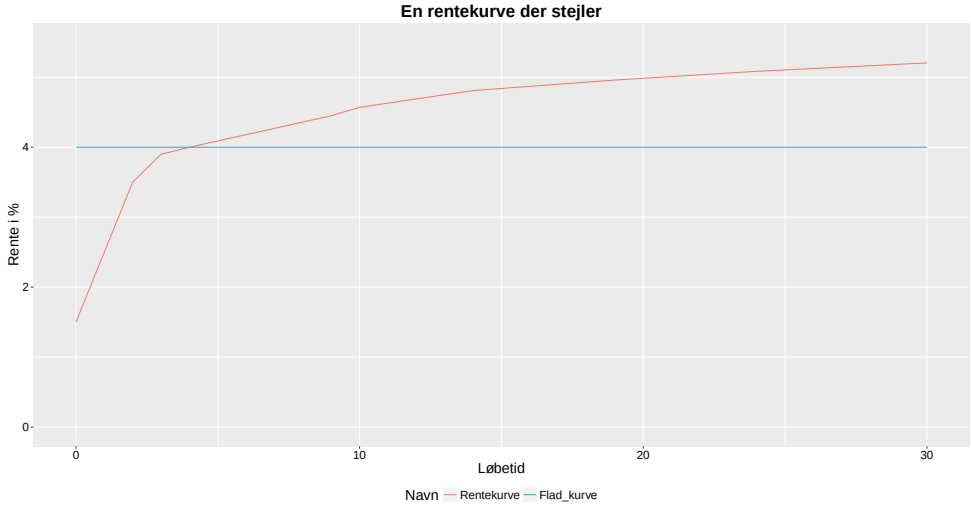

**Figur 6:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en kuponrente på 7% og en markedsrente på 2%.

## 2.3 Renteudvikling for annuitetslån med en ikke-flad rentestruktur

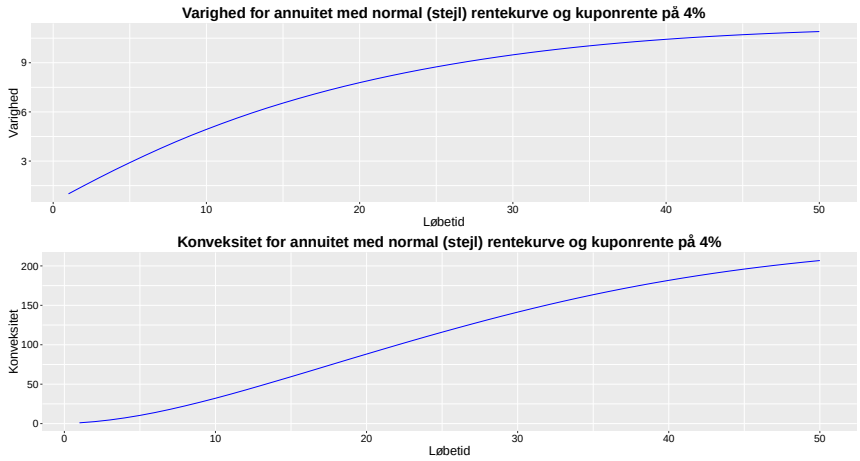
I praksis er rentekurven ikke flad, men er under normale omstændigheder voksende i løbetid. Derfor undersøger vi i Figur 7 en rentekurve, som stejler. Rentekurven i Figur 7 viser en rentekurve der har sit minimum i $1,5\%$ og vokser ikke-lineært mod maksimum i $5,2\%$.

Figur 8 viser udviklingen i varighed og konveksitet for en stejl rentestruktur med en kuponrente på 4%. Eksemplet viser, at varighed og konveksitet for annuitetslån med en stejl rentestruktur opfører sig som ved en flad rentestruktur. Også her er varighed og konveksitet voksende i løbetid.

[3] Se også kapitel 2, hvor det er vist, at dette gælder.




**Figur 7:** Figuren viser en rentekurve, der stejler sammenlignet med en flad rentestruktur.




**Figur 8:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for et annuitetslån med en normal (stejl) rentekurve og en kuponrente på 4%.

# 3 Undersøgelse af varighed og konveksitet for stående lån

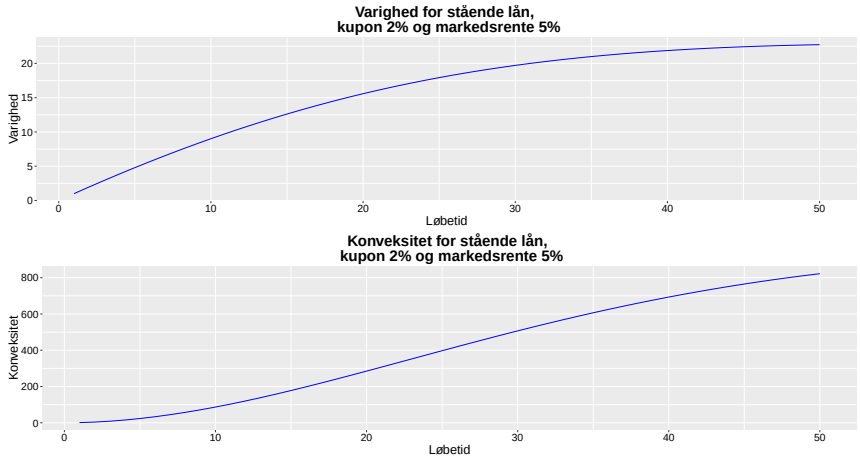
For stående lån er udviklingen i løbetid af varighed og konveksitet mere kompleks. Macaulay-varigheden for et stående lån er givet ved

$$D^{St.Lån} = \frac{1+r}{r} - \frac{1+r-T(r-R)}{R((1+r)^T-1)+r}, \tag{3.1}$$

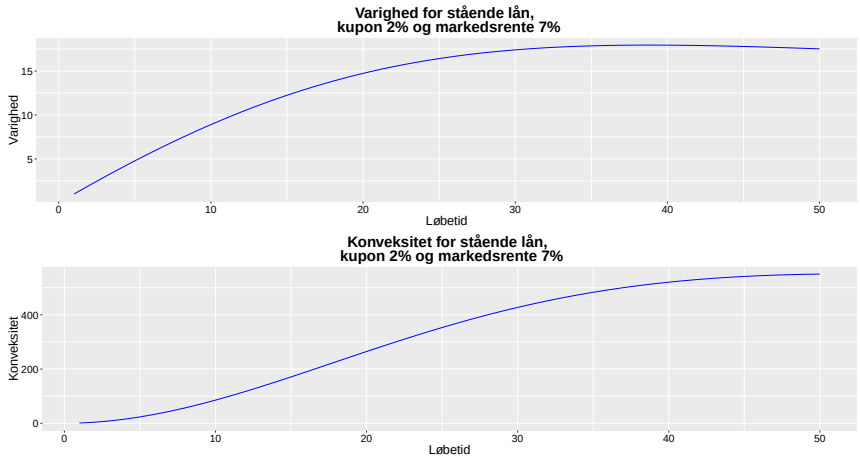
hvor $r$ angiver markedsrenten, $R$ angiver kuponrenten og T angiver løbetiden.

For $R \geq r$ gælde, at varigheden altid er voksende i løbetid, og derfor er konveksitet også voksende i løbetid. Hvis $r > R$, så vil varighed aftage i løbetid for tilstrækkeligt lange løbetider. Dette gælder også for konveksitet, dog for lidt længere løbetider. For moderate løbetider, $T$ og moderate forskelle mellem markedsrente, $r$, og kuponrente, $R$, vil både varighed og konveksitet dog være voksende for relevante løbetider. Denne udvikling er skitseret i Figur 9-12.

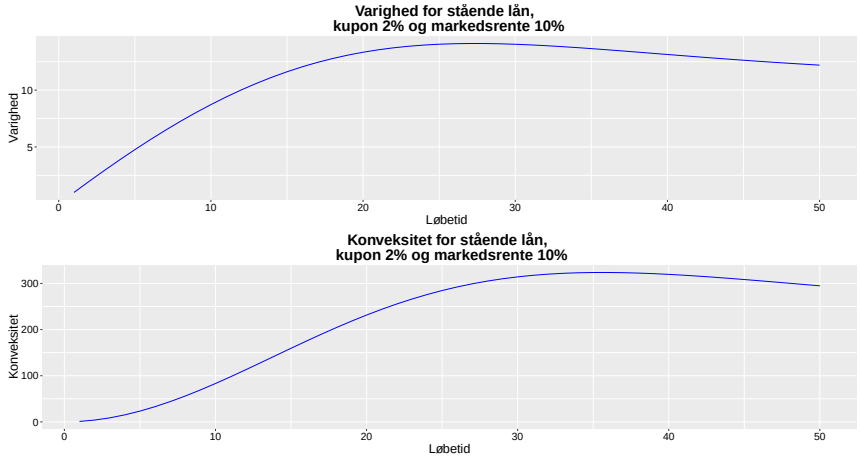
Figur 9 viser udviklingen i varighed og konveksitet med løbetid op til 50 år med en kupon rente på 2% og en markedsrente på 5%. I dette tilfælde er $r > R$, men markedsrenten er ikke




**Figur 9:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en markedsrente på 2% og en kuponrente på 5%.

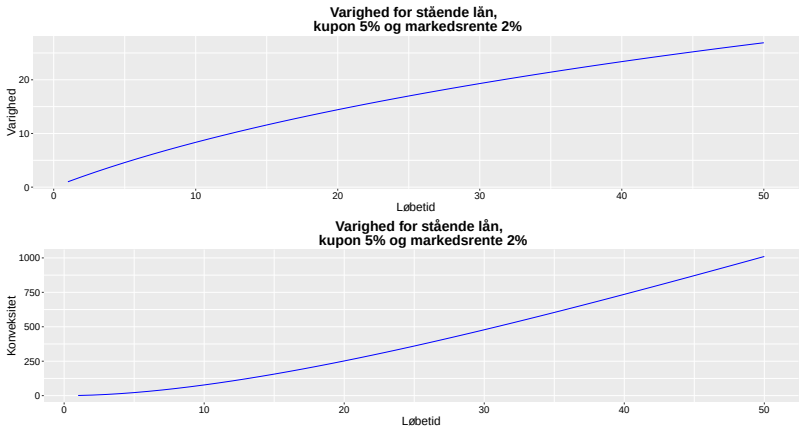



**Figur 10:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en markedsrente på 2% og en kuponrente på 7%.




**Figur 11:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en markedsrente på 2% og en kuponrente på 10%.

væsentlig større end kuponrenten, og derfor er både varighed og konveksitet voksende i hele løbetid. Dette er et eksempel på, at for moderate $T$ og moderate forskelle mellem $r$ og $R$ vil både varighed og konveksitet altid være voksende. Figur 10 og 11 er derimod begge eksempler på tilfælde, hvor $r \gg R$ medfører aftagende varighed og konveksitet for tilstrækkelig lange løbetider. Her fremgår det, at jo højere markedsrenten er i forhold til kuponrenten, desto kortere løbetid skal der til, før varighed og konveksitet begynder at aftage.

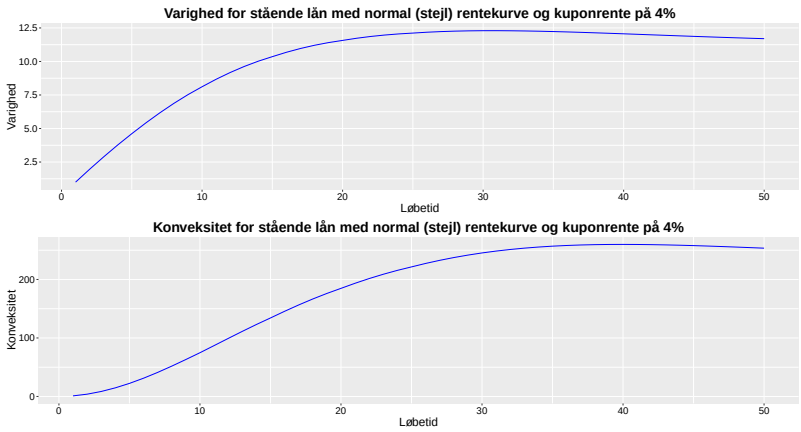



**Figur 12:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for en kuponrente på 7% og en markedsrente på 2%.

Figur 12 er et eksempel på, at når kuponrenten er større end markedsrenten, $R \geq r$, gælder, at varighed og konveksitet altid er voksende i løbetid.

## 3.1 Renteudvikling for stående lån med en ikke-flad rentestruktur

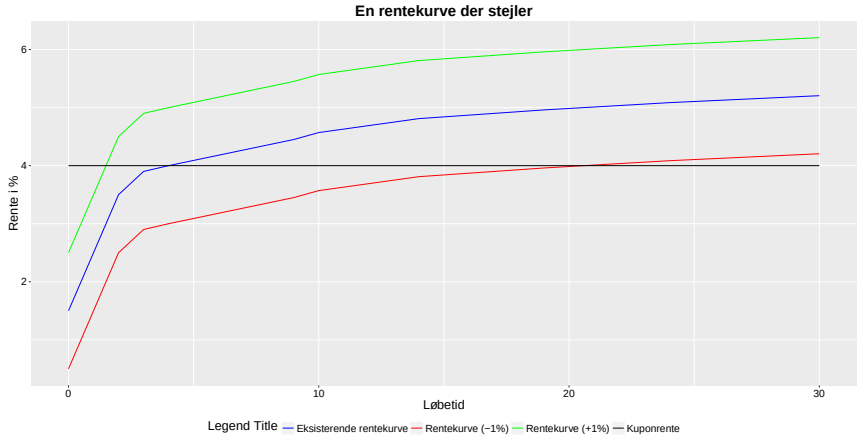
Figur 13 viser udviklingen i varighed og konveksitet for stående lån med en stejl rentestruktur med en kuponrente på 4%. Eksemplet viser, at varighed og konveksitet med en stejl rentestruktur (Figur 7) opfører sig som ved en flad rentestruktur. Varigheden er voksende op til en løbetid på cirka 30 år for herefter at aftage. Konveksitet begynder først at aftage efter en løbetid på cirka 40 år.




**Figur 13:** Figuren viser udviklingen i varighed og konveksitet for et stående lån med en normal (stejl) rentekurve og en kuponrente på 4%.

# 4 Den asymmetriske markedsvædifunktion for renteswaps

Det gælder generelt, at fastrenteswaps har en asymmetrisk markedsværdifunktion, hvilket vi vil illustrere ved at paralelforskyde den stejle eksempelrentekurve fra Figur 7. Figur 14 viser den eksisternede rentekurve (blå) og to rentekurver, som hhv. er forskudt +1% (grøn) og −1% (rød) samt en fiktiv renteswap med en kuponrente på 4%.




**Figur 14**

Ud fra rentekurven i Figur 13 og den fiktive payer swap med kuponrente på 4% er det muligt at beregne folsømheder for rentestigning og rentefald. Beregningerne er vist i tabel 1-4 for forskellige løbetider på 5, 10, 20 og 30-årige kontrakter for parallelforskydninger på $-1,0\%$, $0,5\%$, $0,5\%$ og $1,0\%$. Beregningerne er foretaget ud fra samme kuponrente for alle løbetider.

Tabel 1 viser resultaterne for en renteændring på −1%.

**Tabel 1:** Ændringer for ikke-flad rentekurve, stående lån.

| Løbetid | dVG | dFG | dVG - dFG |
|---|---|---|---|
| 5 | 28.416 | 29.240 | −824 |
| 10 | 49.651 | 51.914 | −2.323 |
| 20 | 91.987 | 99.851 | −7.864 |
| 30 | 110.774 | 124.246 | −13.472 |

*Note:* Tabellen viser beregningen, ud fra den eksisterende rentekurve, af varighedsestimeret ændring i gæld, dVG, (kr. pr. lånt million) og faktisk ændring i gæld, dFG, (kr pr. lånt million) for stående lån med løbetid 5, 10, 20 og 30 år. Kuponrenten er på 4%. Beregninger er ved foretaget ved parallelforskydning i rentekurven på −1%

Tabel 2 viser resultaterne for en renteændring på +1%.

**Tabel 2:** Ændringer for ikke-flad rentekurve, stående lån.

| Løbetid | dVG | dFG | dVG - dFG |
|---|---|---|---|
| 5 | −28.469 | −27.959 | −510 |
| 10 | −49.653 | −48.219 | −1.434 |
| 20 | −91.958 | −87.325 | −4.633 |
| 30 | −110.138 | −104.114 | −6.024 |

*Note:* Tabellen viser beregningen, ud fra den eksisterende rentekurve, af varighedsestimeret ændring i gæld, dVG, (kr. pr. lånt million) og faktisk ændring i gæld, dFG, (kr pr. lånt million) for stående lån med løbetid 5, 10, 20 og 30 år. Kuponrenten er på 4%. Beregninger er ved foretaget ved parallelforskydning i rentekurven på +1%

Tabel 3 viser resultaterne for en renteændring på $-0,5\%$.

**Tabel 3:** Ændringer for ikke-flad rentekurve, stående lån.

| Løbetid | dVG | dFG | dVG - dFG |
|---|---|---|---|
| 5 | 14.154 | 14.455 | −301 |
| 10 | 24.826 | 25.496 | −679 |
| 20 | 45.988 | 48.232 | −2.244 |
| 30 | 55.391 | 59.325 | −3.934 |

*Note:* Tabellen viser beregningen, ud fra den eksisterende rentekurve, af varighedsestimeret ændring i gæld, dVG, (kr. pr. lånt million) og faktisk ændring i gæld, dFG, (kr pr. lånt million) for stående lån med løbetid 5, 10, 20 og 30 år. Kuponrenten er på 4%. Beregninger er ved foretaget ved parallelforskydning i rentekurven på $-0,5\%$

Tabel 4 viser resultaterne for en renteændring på $+0,5\%$.

**Tabel 4:** Ændringer for ikke-flad rentekurve, stående lån.

| Løbetid | dVG | dFG | dVG - dFG |
|---|---|---|---|
| 5 | −14.234 | −14.135 | −99 |
| 10 | −24.826 | −24.558 | −268 |
| 20 | −46.004 | −45.106 | −898 |
| 30 | −55.408 | −54.309 | −1.099 |

*Note:* Tabellen viser beregningen, ud fra den eksisterende rentekurve, af varighedsestimeret ændring i gæld, dVG, (kr. pr. lånt million) og faktisk ændring i gæld, dFG, (kr pr. lånt million) for stående lån med løbetid 5, 10, 20 og 30 år. Kuponrenten er på 4%. Beregninger er ved foretaget ved parallelforskydning i rentekurven på $+0,5\%$

Beregningerne illustrerer tre fokuspunkter ved en payer swap.

For det første fremgår det af tabellerne, at følsomhedsændringerne (dFG) vokser i takt med løbetiden.

For det andet fremgår det af tabellerne, at en payer swap har en asymmetrisk markedsværdifunktion, som vokser i takt med løbetiden. Dette ses af tabel 5.

**Tabel 5:** Markedsværdiændringer

| Løbetid | −1% | −0,5% | 0,0% | 0,5% | 1% |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | −29.240 | −14.455 | - | 14.135 | 27.959 |
| 10 | −51.914 | −25.496 | - | 24.558 | 48.219 |
| 20 | −99.851 | −48.232 | - | 45.106 | 87.325 |
| 30 | −124.246 | −59.325 | - | 54.309 | 104.114 |

*Note:* Tabellen viser ændringen i gæld (målt i mio. kr.) ved et renteskift på ±0,5% og ±1,0% for stående lån.

Ud fra tabel 5 er det muligt, at sammenligne hvor asymmetrisk kontrakten er ved rentestift på ±0,5% og ±1,0%.

**Tabel 6:** Asymmetri for payer swap

| Løbetid | ±0,5% | ±1% |
|---|---|---|
| 5 | -320 | −1.281 |
| 10 | -938 | −3.695 |
| 20 | −3.126 | −12.526 |
| 30 | −5.016 | −20.132 |

*Note:* Tabellen viser differencen mellem ændringen i gælden ved et renteskift på −0,5% og et på +0,5% hhv. −1% og +1%. For eksempel med en løbetid på 5 år, vil forskellen mellem ændringen i gæld ved et renteskift på −0,5% og et på +0,5% være $-14.455 + 14.135 = -320$.

Tabel 6 viser tydeligt, at asymmetrien vokser med løbetid og størrelsen af renteændringer og har især en betydning for kontrakter med over 10 års løbetid.

Det fremgår også, at en følsomhedsberegning foretaget ud fra varighed (dVG) indeholder en fejlmargin (dVG-dFG), som er voksende med løbetiden og størrelsen af renteændringer. På grund af kontraktens asymmetriske markedsværdifunktion, vil brug af varighed som følsomhedsmål, således overvurdere gevinsten på kontrakten og undervurdere tabet på en payer swap.

**Tabel 7:** Fejlmargin for ændring i gæld

| Løbetid | −1% | −0,5% | 0,0% | 0,5% | 1% |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | -824 | -301 | - | -99 | -510 |
| 10 | −2.323 | -679 | - | -268 | −1.434 |
| 20 | −7.864 | −2.244 | - | -898 | −4.633 |
| 30 | −13.472 | −3.934 | - | −1.099 | −6.024 |

*Note:* Tabellen viser forskellen mellem den varighedsestimerede ændring i gæld og den faktiske ændring i gæld (dVG - dFG).

Tabel 7 viser fejlmarginen for ændring i gælden. Det fremgår af tabellen, at fejlmarginen især har betydning for kontrakter med over 10 års løbetid. For vurdering af swapkontrakters følsomhed er dette et opmærksomhedspunkt.

**Bemærkning 4.1.** *Ovenstående analyse er udarbejdet til illustration og er ikke retvisende som eksempel til en anbefalelsesværdig følsomhedsanalyse. Ved udarbejdelse af en følsomhedsanalyse anbefales det at foretage en vurdering af et maksimalt renteudsvingsinterval. For at få et indtryk af følsomheden på især*

*de lange payer kontrakter, anbefales det altid at vise renteændring på minimum ±2% under hensyntagen til, at analysen ikke indeholder alt for høje (og urealistiske) negative renter.*

## 5 Konklusion

Notatet foretager, med en matematisk tilgang, en følsomhedsanalyse af varighed og konveksitet med hensyn til løbetiden på en payer-swap. Analysen er foretaget på baggrund af annuitetslån og stående lån med hhv. flad og stejl ("normal") rentekurve.

Ud fra analysen konkluderes, at varighed og konveksitet altid er stigende i takt med løbetiden for annuitetslån. Det gælder for en flad såvel som en stejl rentestruktur.

For stående lån stiger varighed og konveksitet i takt med løbetiden, medmindre markedsrenten er meget større end kuponrenten ($r \gg R$). I det tilfælde, hvor markedsrenten er meget større end kuponrenten er varighed og konveksitet faldende for kontrakter med mere end 25 års løbetid. Igen er dette gældende både for en flad og en stejl rentestruktur.

Derfor konkluderes det, at følsomheden på en payer swap uanset afdragsprofil under normale forhold, hvor markedsrenten ikke er meget større end den faste rente på swapkontrakten altid er voksende med løbetiden. Notatet illustrerer endvidere, at en payer swap har en asymmetrisk markedsværdifunktion, hvor markedsværdien falder mere ved rentefald end den stiger ved rentestigninger. Asymmetrien har især betydning for kontrakter med løbetid over 10 år.

## Litteratur

Fabozzi, F. J. (1999). Duration, convexity and other bond risk measures. *CFA*.

Jensen, B. A. (2005). *Rentesregning* (4. udgave ed.). Jurist- og Økonomforbundets forlag.

Kjeldgaard, K. (2013). Hvad praktikere bør vide om rentefølsomhed på renteswaps. *Finans/Invest*, *8/13*.

**SEGES P/S**
Agro Food Park 15
DK 8200 Aarhus N

T +45 8740 5000
E info@seges.dk
W seges.dk